



ISBN: 9786073022187

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES SOBRE LA
UNIVERSIDAD Y LA EDUCACIÓN

Campos Hernández, M. Á. (2019).

Conocimiento formal de estudiantes de educación matemática acerca del enfoque socioepistemológico de matemática educativa. En Autor (Coord.), *Discurso, representaciones y conocimientos en el campo de matemática educativa* (pp. 177-210). México: Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación.

Esta obra se encuentra bajo una licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)

**CONOCIMIENTO FORMAL DE ESTUDIANTES
DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
ACERCA DEL ENFOQUE SOCIOEPISTEMOLÓGICO
DE MATEMÁTICA EDUCATIVA**

Miguel Ángel Campos Hernández

PRESENTACIÓN

En este trabajo se presenta el análisis de conocimientos que muestran estudiantes de licenciatura y posgrado en matemática educativa acerca del Enfoque Socioepistemológico de Matemática Educativa (ESEME; Cantoral, 2013). Este enfoque se ha planteado como un fundamento teórico en el campo. Es una de las perspectivas predominantes, junto con el Enfoque Ontosemiótico de Didáctica de las Matemáticas (EOSDM; Godino, 2010), las cuales se abordan en la actualidad en los programas de matemática educativa en el país y en el extranjero.

Debido a la muy conocida dificultad de la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles escolares, una de cuyas razones es el tratamiento algorítmico, una mecanización de los ejercicios que se confunden con problemas, y cuando se tratan éstos se traducen inmediatamente a ejercicios sin sentido para los estudiantes, desde los primeros grados escolares en adelante, diversos investigadores en el campo de las matemáticas se han preocupado por su enseñanza tanto en México como en el extranjero. Las aportaciones son diversas, desde hace décadas. Sin embargo, en la actualidad han tomado auge los enfoques mencionados, entre otros. No solamente se trata de formulaciones teóricas, sino que tiene importantes implicaciones en la práctica, con el propósito de mejorar la práctica docente y el aprendizaje de las matemáticas.

Los diversos programas que existen en el país los incluyen de una forma u otra en sus asignaturas. En este trabajo se abordan los conocimientos que se logran al respecto de uno de dichos enfoques, el ESEME, por parte de estudiantes de cuatro programas: uno de nivel profesional (licenciatura, en cinco de sus diez semestres) y tres de posgrado (uno de especialidad, en uno de sus dos semestres, y dos de maestría, en dos de los cuatro semestres en cada caso). Para ello se utiliza un abordaje teórico metodológico de carácter discursivo, el Modelo de Análisis Proposicional (MAP; Campos y Gaspar, 2005 y 2009), mediante el cual se determina la organización lógico-conceptual del conocimiento construido y su carácter epistemológico. Es muy importante conocer esta situación de aprendizaje, de comprensión de dichos enfoques, por parte de quienes se forman para enseñar las matemáticas, especialmente en los niveles de educación media básica y media superior, ya que da cuenta de las posibilidades de entender los procesos por los que pasan quienes serán sus propios estudiantes en esos niveles y conducirlos mejor a una construcción significativa de conocimiento matemático.¹

ASPECTOS CONTEXTUALES

La matemática educativa ha tomado fuerza como campo de conocimiento (Godino, 2010), proceso que en México cuenta con varias décadas (Ávila, 2015), mediante la amplia actividad de una diversidad de profesionales y grupos en la formación de investigadores en proyectos específicos, participación en eventos académicos y publicación académica de sus resultados. Esta actividad se ha institucionalizado mediante la creación de revistas y eventos especializados, así como en programas curriculares de nivel licenciatura y posgrado para la formación de docentes, que en la actualidad están dedicados a todos los niveles escolares, desde la educación básica

1 Este estudio es parte de un proyecto de investigación mayor, que dirige el autor: "Discurso, representaciones y conocimiento". Se realizó en coordinación con el proyecto "Estructuras conceptuales, selección de contenidos y metodologías de enseñanza de la Matemática Educativa en el nivel universitario", que dirige la Dra. Rita Angulo Villanueva, de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

(grados primero al sexto) hasta el nivel superior (universitario). En este periodo se ha abordado una gran variedad de temas, desde las concepciones, dificultades y errores en el aprendizaje, hasta procesos cognoscitivos y estudios con un enfoque sociocultural de la construcción de conocimiento matemático, que incluye saberes que no se construyen en ambientes escolares; asimismo el pensamiento docente, concepciones valorales de los estudiantes y el logro educativo (Ávila, 2015).

Entre los programas orientados al nivel de educación básica se encuentra la Especialidad en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Autónoma de Chiapas (UNACH), mientras que el de Licenciatura en Matemática Educativa de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP) y dos de maestría en matemática educativa en las universidades autónomas de Chiapas (UNACH) y Zacatecas (UAZ) están dedicados a la formación docente en los niveles medio básico (grados siete a noveno), medio superior (décimo a duodécimo) y superior; la población estudiantil de estos programas constituye la población bajo estudio.

En el primero de estos programas se desea formar a los estudiantes para la docencia, con capacidad para integrarse a la investigación en programas de posgrado; esta formación general incluye la preparación para identificar y analizar problemas de aprendizaje, y proponer soluciones pedagógicas, incluso innovadoras, al respecto (UASLP, 2016). La formación en aspectos educativos y sociales, además de los matemáticos, incluye asignaturas pertinentes a los propósitos de este trabajo, como son: Fundamentos de Teoría de la Educación, en el segundo semestre; Corrientes Contemporáneas de la Didáctica de las Matemáticas (cuarto semestre), Epistemología de la Matemática (quinto) y Metodología de la Enseñanza de la Matemática I y II (sexto y séptimo); algunas asignaturas de temas prácticos se relacionan con ellas, como son: Técnicas y Modelos de Evaluación y Práctica Docente III (ambas en octavo semestre) (UASLP, 2016), que representan una magnífica oportunidad para dar concreción a los contenidos teóricos revisados previamente.

La Maestría en Ciencias con especialidad en matemática educativa de la Universidad Autónoma de Chiapas tiene una fuerte

orientación hacia la investigación en el campo (UNACH, 2000). Los estudiantes se incorporan a proyectos de investigación en desarrollo, que dirigen los académicos de la planta docente del programa, desde el segundo semestre. En los semestres primero y segundo se ofrecen las asignaturas de Teoría y Metodología de la Matemática Educativa I y II, de orientación teórica; en esta última se incluye el enfoque socioepistemológico; y del segundo al cuarto el Laboratorio de Didáctica I, II y III (UNACH, 2000), en los que se abordan y aplican temas educativos y matemáticos.

El programa de maestría en matemática educativa que ofrece la Universidad Autónoma de Zacatecas tiene asignaturas como las siguientes, relevantes para el tema de base de este trabajo: Tendencias de Investigación en Matemática Educativa, que incluye el tema de socioepistemología (segundo semestre); y Problematización de la Enseñanza a partir de la Matemática Educativa (tercero), ambas en el tronco común; el programa es suficientemente flexible de manera que los estudiantes pueden seleccionar asignaturas de acuerdo con el nivel escolar en el que desean concentrarse y tienen acceso al trabajo de investigación de sus profesores, quienes se encuentran desarrollando la línea de Generación y Aplicación del Conocimiento (UAZ, 2014).

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este trabajo se realiza con base en el Modelo de Análisis Proposicional (MAP), una aproximación teórico-metodológica de análisis semántico de discurso para el estudio de la estructura lógico-conceptual y el carácter epistemológico del conocimiento, en particular el que construyen estudiantes en el contexto educativo (Campos y Gaspar 2005 y 2009). Es decir, el MAP cuenta con basamento teórico y un procedimiento específico. Este análisis permite establecer en qué sentido semántico dicha construcción corresponde al conocimiento formal que se considera válido en un campo dado de conocimiento. Para ello se parte de sus niveles epistemológicos fundamentales: descripción, explicación y ejemplificación, es decir, qué es o qué características tiene el objeto de estudio, cuál es la dinámica y relaciones

entre los elementos que lo caracterizan y de éstos con sus realidades o contextos espacio-temporales, y cuáles entidades de la realidad muestran dicho objeto de estudio, lo ejemplifican, desde aquella que dio lugar a ese conocimiento o bien en alguna otra que lo representa con la misma calidad por similitud, generalización u otro procedimiento válido.

El nivel explicativo es más complejo que los otros dos, ya que en él se profundiza y amplían los planteamientos y conceptos del nivel descriptivo; así, no solamente es más complejo, también por lo general es más amplio. Estas características implican o requieren un abordaje teórico con base en procesos de razonamiento y argumentación, así como conocimientos claros acerca del tema en cuestión. Saber describir requiere por supuesto saber de lo que se está hablando, es decir, las referencias específicas a temas o a la realidad, de manera organizada para no confundirse ni confundir al interlocutor. Sin embargo, saber explicar al respecto implica ir más allá: profundizar en el cómo y el por qué ocurren los eventos y procesos que se describen.

Estos procesos o niveles son inherentes, y están integrados al proceso científico, al matemático y al pedagógico; en este último caso, en el ámbito de la docencia en particular. En todo proceso de enseñanza se abordan temas de algún campo de conocimiento, y es necesario enseñar y explicar de acuerdo con las estructuras de conocimiento de dicho campo. Vinner (1998) y Ouvrier-Buffet (2004) han señalado la importancia del nivel descriptivo, definicional, en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; por su parte, Cordero y Solís (1997) lo han hecho en el caso de la explicación, en su modalidad argumentativa, dentro de las propias matemáticas, situación que se entiende es parte importante de su enseñanza.

Se esperaría que, una vez planteados dichos conocimientos en el contexto educativo, los estudiantes lo construyan, lo reconstruyan. Se parte de la perspectiva de que es necesario saber su significado, comprenderlo, para estar en condiciones de reflexionar al respecto y así poder cuestionarlo, criticarlo o modificarlo; en tanto que se trata de significados, se parte también de otro proceso igualmente importante: que se puedan enunciar éstos, en cualquier forma lexical

y sintáctica, siempre y cuando se mantengan dichos significados. El análisis lexical de Levelt (1992 y Levelt *et al.*, 1999) y Langacker (1990) es muy importante para analizar las funciones semánticas y sintácticas de las palabras que se expresan mientras que sus relaciones a la vez semánticas y lógicas nos permiten entender cómo se estructuran las expresiones discursivas, tanto en su forma predicativa (Carel, 2000) como en su contenido, es decir, en sus significados (Evans, Bergen y Zinken, 2007).

Con base en estos elementos teóricos, el procedimiento específico que se plantea en el MAP para determinar esta situación de similitud semántica (Campos y Gaspar, 2005 y 2009), es decir, que las construcciones de los estudiantes se presentan en el mismo campo semántico y presentan las mismas estructuras lógicas explicativas fundamentales, se inicia con la definición de un tema específico de interés. Éste se sintetiza de manera que se muestre su carácter tanto descriptivo como explicativo y a la vez sirva como criterio de la similitud semántica mencionada, de acuerdo con esos niveles epistemológicos, tratando de equilibrar contenido y extensión. Esta síntesis se analiza para determinar sus proposiciones, que son oraciones que además generalmente incluyen complemento indirecto en sus diversas modalidades. Dentro de ellas se identifican los términos que tienen referencia conceptual en el conocimiento a que se refiere (que se señalan como C), y las relaciones lógicas (R), explícitas o implícitas, que los unen. Dentro de cada proposición se identifican las estructuras mínimas en las que se integran los componentes C y R en la forma: CRC, llamadas subproposiciones. Una vez que se ha preparado este material, se elabora una prueba que lleva a producir una respuesta escrita a manera de ensayo respecto del tema de interés, con tres preguntas abiertas, una en cada uno de los dos niveles epistemológicos del criterio y una tercera en el nivel ejemplificativo, mediante el cual los estudiantes pueden ampliar o introducir elementos propios de los dos primeros niveles y así pueden mostrar su pertenencia al mismo campo semántico.

Las respuestas a dicha prueba se abordan mediante el análisis de similitud semántica antes mencionado (Campos y Gaspar, 2005 y 2009). Una vez registrada esta similitud, se puede realizar una evaluación cuantitativa, en la que se asignan puntos según se esta-

blezca, sin duda alguna, que se presenta dicha similitud de manera completa y precisa (dos puntos) o que no es así (cero); en caso de que esté incompleta o imprecisa se asigna un punto. De esta manera, se determina la calidad lógico-conceptual y epistemológica de la construcción al respecto por parte del estudiante, de acuerdo con el conocimiento de referencia.

Los significados matemáticos, en sus unidades conceptuales y su enfoque, son el contenido que se aborda en este trabajo. Para ello se realiza un análisis basado en el ESEME, cuyas características fundamentales son las siguientes (Cantoral, 2013), en una apretada síntesis: este enfoque se dedica al estudio de la actividad didáctica acerca del conocimiento matemático en términos de significados compartidos en comunidad, en un proceso constructivo de aprendizaje contextual y epistemológico, entre otras características. Para entender este proceso se parte de dimensiones del propio conocimiento matemático, como son la sociocultural o la cognoscitiva; de principios epistemológicos entre los que se encuentran la resignificación progresiva, es decir, el proceso de reconstrucción del conocimiento, o la práctica social normada, ya que tiene lugar en condiciones institucionales, y de funciones de la práctica social en la que se desarrolla el aprendizaje, como son su carácter normativo y de construcción de identidad. Este contenido es la base del criterio que se mencionó en el párrafo anterior y que permite abordar la similitud semántica entre el conocimiento que expresan los estudiantes, de acuerdo con su comprensión al respecto, y los planteamientos del ESEME.

METODOLOGÍA

Se estudió la construcción lógico-conceptual de estudiantes de educación matemática de licenciatura y posgrado acerca del Enfoque Socioepistemológico de Matemática Educativa. La población bajo estudio es de 98 estudiantes: 49 de licenciatura y 49 de posgrado de tres instituciones públicas mexicanas; los primeros se encuentran realizando estudios en los siguientes semestres: segundo (cuatro), cuarto (doce), sexto (doce), octavo (doce) y décimo (nueve); por su

parte, los de posgrado pertenecen a los siguientes programas: cuarto semestre de especialidad (siete estudiantes), diez en primero y diez en tercero de una maestría y doce en segundo y diez en cuarto de otra maestría.




Se aplicó una prueba de conocimientos (véase el anexo 1) de acuerdo con las características establecidas en el MAP (Campos y Gaspar, 2005 y 2009), sintetizadas en la anterior sección de *Fundamentos teóricos*: a) se elaboró el *criterio*, relativo al enfoque socioepistemológico de didáctica matemática (ESEME; Campos y Gaspar, 2005 y 2009), que se ha presentado en forma muy sintética en esa anterior sección, y organizada en los niveles epistemológicos descriptivo y explicativo (anexo 2); b) se realizó el análisis de componentes: proposiciones, unidades conceptuales (C) y relacionales (R), así como las estructuras subproposicionales que los integran (**concepto**, *relación lógica*, **concepto**: CRC) (anexo 3). Con base en lo anterior, se elaboró la prueba con tres preguntas, una en cada uno de los tres niveles epistemológicos del criterio.² Como se sugiere en el MAP, la prueba se aplicó sin previo aviso, con el propósito de registrar el conocimiento construido por los estudiantes en condiciones regulares de su proceso formativo, durante veinte minutos aproximadamente.

El criterio contiene 44 subproposiciones, es decir, 44 pequeñas organizaciones lógico-conceptuales; doce de ellas están planteadas con carácter descriptivo y 32 son de carácter explicativo. De acuerdo con el sistema de evaluación utilizado en el MAP (Campos y Gaspar, 2005 y 2009), el total de puntos posibles es de 24 en el nivel descriptivo, 64 en el explicativo y 88 en el global. Los componentes principales del ESEME que conforman el criterio se presentan a continuación:

2 Se previó que los estudiantes hubieran estudiado, o estuvieran haciéndolo en el momento de la prueba, solamente el Enfoque Socioepistemológico (ESEME) o el Ontosemiótico (EOSDM), ambos predominantes en el campo de didáctica de la matemática educativa. Por ello, se preparó el criterio correspondiente a cada enfoque y se dio oportunidad a los estudiantes que eligieran el que mejor conocían, tal como se plantea en la propia prueba aplicada (véase el anexo 1). En este trabajo solamente se analiza el conocimiento construido respecto del primero de estos enfoques.

CUADRO 1

Estructura epistemológica del ESEME y que se sintetiza en el criterio (MAP)

Objeto	El ESEME estudia Fenómenos didácticos del Saber matemático			
Paradigma(s)	Construcción, de significados compartidos			
Definición fundamental	Aprendizaje es un proceso			
Componentes del nivel descriptivo	Epistemológicos, Obstáculos, Discurso, Comunidad, Contexto			
Componentes del nivel explicativo	Estructura	Dimensiones del saber: Epistemológica Sociocultural Cognitiva Institucional 	Principios epistemológicos: Racionalidad contextual Relativismo epistemológico Resignificación progresiva Práctica social normada 	Funciones de la práctica social: Normativa Pragmática Identitaria Discursiva 
	Proceso	Conceptos adquieren sentido Situación: sociocultural y normada Significados nuevos Relaciones nuevas entre conceptos	Se logra validez de la construcción	Construcción de conocimiento Significación Uso

Fuente: Elaboración propia con base en Cantoral (2013).

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN**Programa de Licenciatura en Educación Matemática de la UASLP**

La gran mayoría de los estudiantes en cada grupo, del segundo al décimo semestre, hicieron alguna referencia a las subproposiciones que explícitamente enuncian por necesidad la temática del texto criterio y por tanto de la prueba, en el nivel descriptivo: el enfoque socio-epistemológico (ESEME, sub-proposición 1.1) y el asunto o campo de conocimiento en cuestión: el saber matemático (1.2), pero sin establecer su carácter u objeto (fenómenos didácticos). Lo mismo

ocurrió en el nivel explicativo, ya que la primera de sus subproposiciones refiere a dicho enfoque. Aparte de estas obviedades, se observa que los grupos tuvieron alguna dificultad en el tratamiento de algunos conceptos y sus relaciones de acuerdo con su configuración en las subproposiciones planteadas en el criterio.

Considérese la respuesta de la estudiante Carla,³ del sexto semestre, quien obtuvo el puntaje más alto de esta licenciatura, tanto en el nivel descriptivo como en el explicativo y por tanto en el global: en el primero hace referencia alusiva, no muy clara, a esas dos subproposiciones enunciativas del criterio (1.1-1.2, véase el anexo 3) y a la noción de aprendizaje como construcción (1.5); también se refiere, en este caso claramente, al aprendizaje como proceso (1.6), discurso (1.9), práctica (1.10) y contexto (1.12); por otra parte, no menciona nada en referencia a los fenómenos didácticos como la construcción que favorece el aprendizaje (1.3), la construcción de significados compartidos (1.4), procesos epistemológicos (1.7), dificultades en aquellos procesos (1.8) y la noción de comunidad en la que todo esto ocurre (1.11).

En el nivel explicativo, además de hacer referencia a la primera subproposición enunciativa del tema (1.1, anexo 3), lo hace en forma poco clara o alusiva a las ideas de práctica (1.5), aspectos y principios epistemológicos (2.1 y 3.1) y socioculturales (2.2), aspecto contextual (3.1), acción normativa (4.2), pragmática (4.4) y discursiva (4.5), construcción de conocimiento (4.6), significados en éste (4.7) y su uso (4.8); no hace referencia alguna a los otros veinte componentes subproposicionales de este nivel explicativo. Estos elementos, aunque muchos de ellos planteados con poca claridad, se encuentran presentes en el ESEME según se presentan en la formulación lógico-conceptual del criterio (anexo 3) y, en forma visual en la estructura epistemológica que se muestra en el cuadro 1 al final de la sección anterior (*Metodología*). Como se puede observar, Carla tiene idea del ESEME, sobre todo en sus elementos constituyentes (nivel descriptivo) y no tanto de los procesos que les dan dinámica, sean de carácter social, institucional o cognoscitivo (nivel explicativo);

3. A lo largo de este trabajo se utilizan nombres ficticios para conservar el anonimato de los miembros de la población bajo estudio.

esta construcción y su referencia semántica al ESEME se muestra a continuación:

CUADRO 1A

Referencia semántica al criterio (MAP), que sintetiza la estructura epistemológica del ESEME, por parte de la estudiante Carla (referencias en negritas; si son alusivas, en itálicas).

Objeto	El ESEME estudia FENÓMENOS DIDÁCTICOS del SABER MATEMÁTICO			
Paradigma(s)	Construcción , de significados compartidos			
Definición fundamental	Aprendizaje es un proceso			
Componentes del nivel descriptivo	Epistemológicos, Obstáculos, Discurso , Práctica , Comunidad, Contexto			
Componentes del nivel explicativo	Estructura	Dimensiones del saber: Epistemológica Sociocultural Cognitiva Institucional	Principios epistemológicos: Racionalidad contextual Relativismo epistemológico Resignificación progresiva Práctica social normada	Funciones de la práctica social: Normativa Prágmática Identitaria Discursiva
	Proceso	Conceptos adquieren sentido Situación: sociocultural y normada Significados nuevos Relaciones nuevas entre conceptos	Se logra validez de la construcción	Construcción de conocimiento Significación Uso

Fuente: Elaboración propia, con base en el análisis de similitud semántica del texto producido por la estudiante Carla y el criterio (MAP) elaborado a su vez con base en Cantoral (2013).

De acuerdo con el sistema de evaluación del MAP (Campos y Gaspar, 2005 y 2009), una vez que se ha realizado el análisis semántico así mostrado, Carla obtiene 11 puntos en el nivel descriptivo, 13 en el explicativo y por tanto 24 en el global, de 24, 64 y 88 posibles, respectivamente, es decir, 45.8, 20.3 y 27.3 por ciento, respectivamente, de los requerimientos de conocimiento fundamentales respecto del ESEME. Los valores obtenidos, aunque son los mejores del programa de licenciatura, pueden considerarse bajos en tanto se trata de una estudiante de sexto semestre que ha cursado las

asignaturas de Fundamentos de Teoría de la Educación (segundo semestre) y Corrientes Contemporáneas de la Didáctica de las Matemáticas (cuarto), en las que se abordan temas como el propio ESEME, además de estar cursando asignaturas en las que sus principios teóricos podrían aplicarse (véase sección de *Aspectos contextuales*). Sin embargo, el contenido teórico de este enfoque no es trivial, por lo que su dificultad e importancia requieren mucho más que revisarlo brevemente como un tema específico en clase, tanto por el profesor como por los estudiantes.

El análisis proposicional que se ha mostrado se realizó en cada uno de los 98 estudiantes de la población bajo estudio, con base en el cual se asignó el puntaje en cada caso. A continuación, se presentan los resultados obtenidos en cada uno de los cuatro semestres bajo estudio.

Grupo de segundo semestre. De los cuatro estudiantes de este grupo uno no respondió a ninguna de las preguntas. Otro eligió responder al Enfoque Ontosemiótico de Didáctica de las Matemáticas (EOSDM: véase nota 2). De los otros dos que respondieron, la estudiante Alicia efectivamente hizo referencia al ESEME y al *saber matemático*, presentes en la pregunta misma (expresados en las subproposiciones 1.1 y 1.2 del criterio en los niveles descriptivo y explicativo, respectivamente), si bien de manera alusiva, incompleta o imprecisa; ella misma es quien tuvo una respuesta mejor en el grupo, con esas dos referencias a las que se agregan otras tres en el nivel descriptivo: factores de *aprendizaje* (1.5), *práctica* (1.10) y *contexto* (1.12), también de manera imprecisa o incompleta a dos de ellas, pero completa y claramente a la otra; por ello, tomando en cuenta que una referencia completa y precisa equivale a dos puntos y solamente uno cuando es incompleta o imprecisa, de acuerdo con la asignación de puntaje a los significados lógico-conceptuales del discurso y su referencia al criterio, como se planteó en la sección anterior (*Metodología*), se asignan dos puntos en esta última referencia al criterio, y uno a las otras cuatro, para un total de seis puntos en ese nivel descriptivo, que es equivalente a 25.0 por ciento de los puntos posibles en ese nivel.

Asimismo, Alicia hizo referencia a cuatro de los componentes explicativos del criterio, todas ellas de carácter incompleto o impreciso; por tanto, se asignan cuatro puntos (equivalentes a 6.3 por ciento de los puntos posibles en este segundo nivel). Sumados a los seis asignados en el nivel descriptivo, obtiene diez puntos en su construcción lógico-conceptual global respecto del criterio (equivalentes a 11.4 por ciento del total de puntos posibles).

Por otra parte, ninguna de las dos estudiantes hizo referencia alguna a siete de los doce componentes lógico-conceptuales del criterio en el nivel descriptivo, expresados en subproposiciones específicas acerca del proceso de construcción, significados compartidos o componentes epistemológicos, entre otros; ni lo hicieron acerca de 28 de las 32 subproposiciones explicativas del criterio. Por tanto, ambos obtuvieron un total de 7 puntos en el nivel descriptivo, 5 en el explicativo y 12 en la construcción global conjunta. Con ello, el promedio del grupo, basado en estos dos únicos estudiantes, es de 3.5, 2.5 y 6 puntos en los niveles descriptivo, explicativo y global (equivalentes a 14.9, 4 y 6.8 por ciento, respectivamente, de los puntos posibles). La estructuración lógico-conceptual que construye cada uno de los estudiantes, y por tanto del grupo mismo, en referencia a los requerimientos epistemológicos planteados en el criterio y expresados discursivamente, representan la similitud semántica entre ambos discursos y, por lo tanto, la calidad de sus respuestas al respecto. Los bajos resultados del segundo semestre no son sorprendentes, ya que es en él que se inicia el estudio teórico de los aspectos de la educación y didáctica matemáticas dentro del programa de licenciatura.

Grupo de cuarto semestre. De los doce estudiantes de este grupo uno no respondió a ninguna de las preguntas. Por su parte, siete de ellos prefirieron abordar el EOSDM (nota 2). De los cinco que trabajaron con el ESEME, sobresale el estudiante Benito, quien hizo referencia, aunque incompleta o imprecisa, a cuatro de los componentes lógico-conceptuales del criterio en el nivel descriptivo: los dos iniciales (sobre el ESEME: subproposición 1.1 y el saber matemático: 1.2), así como los factores de *aprendizaje* (1.5) y *contexto* (1.12); en términos de puntaje, estas referencias corresponden a 4 puntos en el nivel descrip-

tivo. Por otra parte, su referencia a los componentes del nivel explicativo corresponde a 9 puntos, y por tanto 13 en total (equivalentes a 16.7, 14 y 14.8 por ciento de los puntos posibles, respectivamente). Sin embargo, ninguno de los estudiantes hizo referencia alguna a los *componentes epistemológicos* (1.7), *discurso* (1.9), *práctica* (1.10) y *comunidad* (1.11) de este nivel descriptivo. Asimismo, ninguno hizo referencia a 21 de las 32 subproposiciones en el explicativo. Las referencias al criterio así planteadas por el grupo corresponden a 19 puntos en el nivel descriptivo, 17 en el explicativo y por tanto 36 como construcción global, que equivalen a 19.8, 16.6 y 10.2 por ciento, respectivamente, de los puntos posibles.

Estos resultados, si bien son bajos, representan una mejora respecto de los obtenidos en el segundo semestre, especialmente en el nivel explicativo. Por otra parte, cabe notar que el trabajo del estudiante con los mejores resultados, mencionado arriba, que le llevan a construir más elementos lógico-conceptuales en el nivel explicativo que en el descriptivo no es común, si bien lo hace con base en referencias incompletas o imprecisas, ya que dicho nivel implica procesos cognoscitivos de razonamiento y relaciones epistemológicas más complejas que el descriptivo, como se señaló en la sección anterior, por lo que es más difícil de comprender y construir.

Grupo de sexto semestre. El aspecto del criterio en el nivel descriptivo al que hicieron mayor referencia once de los doce estudiantes del grupo fue el *contexto* (subproposición 1.12), mientras que ninguno mencionó nada similar a los *componentes epistemológicos* (1.7) ni la noción de *comunidad* (1.11) que se plantean en el ESEME. En cuanto al nivel explicativo, solamente cuatro de esos once hicieron referencia a la *práctica social normada* (4.2); y ninguno hizo referencia a dieciséis de las 32 subproposiciones del criterio en este nivel. Cabe señalar que los diez estudiantes que hicieron referencia al aprendizaje lo identificaron como *proceso* de acuerdo con este enfoque (1.5, del nivel descriptivo), no como una simple actividad. En conjunto, el grupo alcanzó 21.2, 6.8 y 10.8 por ciento, de los puntos posibles en los niveles descriptivo y explicativo, y en el global, respectivamente. Se nota un ligero avance en el primer nivel y el global comparado

con los resultados del cuarto semestre, pero no en el explicativo, a pesar de que el grupo ha tenido mayor oferta curricular, incluida la que se refiere a fundamentos teóricos de educación y didáctica matemáticas. La estudiante Carla, cuya respuesta se analizó al inicio de esta sección, es la mejor del grupo y, de hecho, como ahí se mencionó, de la población de licenciatura bajo estudio.

Grupo de octavo semestre. El aspecto del criterio más referenciado en el nivel descriptivo fue el *aprendizaje* o su *construcción* (subproposición 1.5) por parte de nueve de los doce estudiantes del grupo, seguido muy de cerca por la referencia al *contexto* (1.12), en este caso solamente por parte de siete de esos doce. Por otro lado, ninguno planteó los aspectos relativos a *componentes epistemológicos* (1.7) ni *discurso* (1.9). En el nivel explicativo, cinco de los doce estudiantes plantearon de alguna manera, si bien imprecisa o vaga, la *práctica social normada* (4.2); y ninguno formuló aspecto alguno en referencia a 19 de las 32 subproposiciones del criterio en este nivel. En conjunto, el trabajo del grupo corresponde a 67 puntos en el nivel descriptivo, 49 en el explicativo y por tanto 116 en el global, equivalentes a 23.2, 6.3 y 11.0 por ciento del total de puntos posibles, respectivamente. Estos resultados, aunque bajos especialmente porque se tiene mayor oferta curricular, son ligeramente mejores que los obtenidos en el semestre anterior.

El estudiante Daniel, quien presentó un planteamiento que incluye más elementos de acuerdo con los requerimientos del criterio, es decir, la mejor respuesta, lo hizo con ocho de ellos en el nivel descriptivo y siete en el explicativo. En términos del puntaje asignado, representan 10 y 8 puntos, respectivamente; estos puntajes a su vez representan 41.7 y 12.5 por ciento de los puntos posibles en los niveles epistemológicos descriptivo y explicativo, respectivamente, y 20.5 por ciento en su construcción global.

Grupo de décimo semestre. El aspecto del criterio en el nivel descriptivo a que se hizo mayor referencia fue el *contexto* (subproposición 1.12) por parte de ocho de los nueve estudiantes del grupo, mientras que en el explicativo solamente seis de esos nueve la hicieron respec-

to de la *práctica social* (subproposición 1.5). Por otra parte, ninguno hizo referencia a la presencia de componentes epistemológicos (subproposición 1.7) que se plantean en este enfoque, en el nivel descriptivo; asimismo, ninguno planteó aspecto alguno en referencia a 21 de las 32 subproposiciones del criterio en el nivel explicativo. La estudiante Estela, quien presentó un planteamiento que incluye más elementos subproposicionales de acuerdo con los requerimientos del criterio, es decir, la mejor respuesta del grupo, lo hizo con 18 de los 44 requeridos: diez en el nivel descriptivo y seis en el explicativo. En términos del puntaje asignado, dado que en el nivel descriptivo dos de sus referencias son completas y claras (por lo que se asignan 2 puntos a cada una), mientras que las otras ocho son incompletas o imprecisas (se asigna 1 punto a cada una), y en el explicativo son todas alusivas (se asigna 1 solo punto a cada una), corresponden a 12 y 6 puntos, respectivamente, y por lo tanto 18 puntos en su construcción global. Estos puntajes representan 50.0 y 9.4 por ciento de los puntos posibles en cada nivel epistemológico y 20.5 por ciento en el global.

Los tres cuadros siguientes concentran los datos obtenidos por cada grupo bajo estudio, del programa de licenciatura; recuérdese que el nivel descriptivo del criterio contiene 12 subproposiciones y el explicativo 32 (24 y 64 puntos posibles, véase cuadro 2).

Se puede observar que los estudiantes concentran su atención en el aprendizaje y el contexto como elementos para describir los objetos conceptuales y procesos desde la perspectiva del ESEME; el aprendizaje es tradicionalmente importante en todo enfoque educativo, mientras que el contexto actualmente ocupa un lugar predominante y explícito en éste y muchos otros enfoques, no solamente como un *lugar alrededor* del proceso educativo y el estudiante mismo, sino como un factor central en ellos; sobresale el concepto de práctica en el segundo semestre. En el nivel explicativo la población bajo estudio se concentra en los conceptos de práctica social, práctica social normada y conocimiento; esta situación muestra que algunos estudiantes entienden que la práctica es algo más que una actividad individual y aplicativa, penetrando en el ESEME en su sentido social y bajo regulaciones, normas.

CUADRO 2

Aspectos más y menos referenciados, que representan menor y mayor dificultad respectivamente, por grupo y nivel epistemológico (no se consideran los aspectos que están implícita o explícitamente incluidos en la pregunta y que por lo tanto están referenciados en todos los casos)

Aspectos/ Semestre	Mayor referencia		Menor referencia	
	Descriptivo	Explicativo	Descriptivo	Explicativo
Segundo	Aprendizaje; Práctica; Contexto	Práctica social	(siete subproposiciones)	(todos los aspectos de veintiocho subproposiciones)
Cuarto	Contexto	Conocimiento	Componentes epistemológicos; Discurso; Práctica; Comunidad	(de veintiuna)
Sexto	Aprendizaje; Contexto	Conocimiento	Significados compartidos; Componentes epistemológicos; Discurso; Práctica; Comunidad	(de dieciséis)
Octavo	Aprendizaje	Práctica social normada	Componentes epistemológicos; Discurso	(de diecinueve)
Décimo	Contexto	Práctica social	Componentes epistemológicos	(de veintiuna)

Fuente: Elaboración propia.

Estas posibilidades encuentran su contrapeso en tanto los estudiantes apenas hicieron menor mención a otros conceptos clave en este enfoque: en el nivel descriptivo lo hicieron respecto de los componentes epistemológicos, discurso, práctica, comunidad y significados compartidos, todos ellos necesarios para compenetrarse adecuadamente en la ampliación y precisión de la conceptualización establecida en el nivel explicativo desde la perspectiva del ESEME. Esta situación explica que se concentren en nociones generales como aprendizaje y contexto como recursos conceptuales para entender no solamente el propio enfoque teórico, sino sus posibilidades concretas en la práctica docente. En cuanto al nivel explicativo, se observa aún mayor dificultad para plantear aspectos estructurales del ESEME, los cuales se desea que se comprendan y constituyan un soporte de dicha práctica docente; prácticamente en todos los semestres se hizo muy poca referencia, o ninguna, a la mitad de las conceptualizaciones

planteadas como subproposiciones en este estudio; de ahí los bajos valores observados al respecto.

CUADRO 3

Referencia lógico-conceptual de cada grupo (semestre) de licenciatura en su conjunto acerca de los aspectos del criterio, expresada en términos de puntajes, promedio (Prom) y porcentaje respecto de los puntos posibles por nivel epistemológico (D: nivel descriptivo; Ex: nivel explicativo) y global (GI)

Aspectos/ Semestre	D	Ex	GI	Prom D	Prom Ex	Prom GI	%D	%Ex	%GI
Segundo	7	5	12	3,5	2,5	6,0	14,9	4,0	6,8
Cuarto	19	17	36	4,8	4,3	9,0	19,8	6,6	10,2
Sexto	61	52	113	5,1	4,3	9,4	21,2	6,8	10,8
Octavo	67	49	116	5,6	4,1	9,7	23,2	6,3	11,0
Décimo	51	33	78	5,7	3,7	9,3	23,6	5,7	10,6

Fuente: Elaboración propia.

Se observa un incremento referencial a los aspectos planteados en el nivel descriptivo del criterio del segundo al octavo semestre. Debido a que se centran en nociones generales como aprendizaje y contexto, parece que fortalecen lo que ya saben al respecto, sin establecer claramente su relación con nociones a las que se refieren en menor grado. Llama la atención que este incremento se detiene en el décimo semestre, ya que en principio su acervo de conocimiento es mayor y por ello se esperaría que pudieran comprender e integrar las diversas conceptualizaciones que se presentan en el ESEME.

En el nivel explicativo esta situación es similar, con mayor dificultad para cada estudiante, salvo algunas excepciones aisladas. En este caso el incremento se detiene en el octavo semestre y se nota más en el décimo. En conjunto, los estudiantes van incorporando diversas nociones, conceptos, a su acervo de conocimiento, especialmente en su forma más accesible: el nivel descriptivo. Este proceso mantiene, sin embargo, proporciones muy bajas en cuanto a referencias al conocimiento requerido, como se muestran en el promedio por grupo y el porcentaje que representa respecto de dicho conocimiento.

En este contexto de construcción limitada de conocimiento, el siguiente cuadro muestra el caso del mejor estudiante por grupo,

entendido lo anterior como aquel que obtuvo los mejores resultados en el global de acuerdo con el análisis semántico y sistema de asignación de puntos del MAP:

CUADRO 4

Valor máximo de puntos obtenidos por un estudiante de licenciatura, por nivel epistemológico (descriptivo y explicativo), en el global, y semestre

Total posible de puntos por nivel	24	64	88			
Nivel epistemológico/grupo	D	Ex	Gl	%D	%Ex	%Gl
Segundo	6	4	10	25.0	6.25	11.4
Cuarto	4	9	13	16.7	14.1	14.8
Sexto	11	13	24	45.8	20.3	27.3
Octavo	10	8	18	41.7	12.5	24.5
Décimo	11	6	17	45.8	9.4	19.3

Fuente: Elaboración propia.

La gran diferencia entre estos valores de promedio y porcentaje, y los del agregado por grupo del cuadro anterior, indica que la mayoría de los estudiantes en realidad muestra conocimientos mucho menos amplios, claros y estructurados (incompletos) que los de estos estudiantes con los valores máximos por grupo, lo que hace bajar el promedio y porcentaje grupal respectivo. El ESEME contiene una estructura conceptual amplia y compleja, por lo que no es trivial ni su contenido ni tenerlo en mente si no se ha abordado y mantenido de manera adecuada como parte del conocimiento y posibilidades de aplicación durante el programa, tanto por parte de los profesores como de los estudiantes, tal como se espera que suceda dada su actual relevancia en el campo y necesidad de servir de sustento y apoyo a una práctica docente más integrada y acorde a las necesidades de formación de los estudiantes a quienes va dirigida dicha práctica. De ser ése el propósito de su tratamiento en el programa, es claro que se requiere realizar algo más de lo que hasta ahora se hace, y apoyar a los estudiantes en su comprensión tanto en términos teóricos como prácticos.

Especialidad en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Autónoma de Chiapas

Grupo de cuarto semestre. En este grupo de siete estudiantes prácticamente todos mencionaron los aspectos enunciativos del nivel descriptivo en su respuesta (subproposiciones 1.1 y 1.2). Casi todos plantearon el aspecto de práctica y el de aprendizaje, mientras que sólo uno se refiere al de comunidad, aunque en forma apenas alusiva. Dos estudiantes mencionaron hasta ocho y nueve de los doce aspectos descriptivos del criterio, mientras que la mayoría sólo cuatro o cinco. No todas esas referencias fueron completas o precisas. Los estudiantes no saben que esos aspectos son parte del ESEME o no los consideran fundamentales en ese enfoque de manera que aparezca en sus respuestas. En cuanto al nivel explicativo, además del enunciado del tema, hicieron referencia a muy pocos aspectos.

En el nivel explicativo la situación es un poco más débil. Si bien todos refieren al tema (subproposición 1.1), seis de los siete estudiantes no tuvieron problemas para referirse a la práctica social (4.1) y uno planteó hasta trece aspectos del criterio, la mayoría tuvo un desempeño mucho más bajo. Es interesante notar que tres de los siete estudiantes obtuvieron porcentajes mayores en el nivel explicativo que en el descriptivo. Esta situación no es común, debido a que este segundo nivel, como se mencionó en la sección de *Fundamentos teóricos*, es más complejo. De hecho, el puntaje obtenido por uno de esos tres estudiantes también es mayor al de aquel estudiante arriba mencionado como el mejor; sin embargo, debido a su bajo puntaje en el nivel descriptivo, no obtuvo el mayor total de puntos (en el global). En conjunto, los valores porcentuales son: 38.1, 15.0 y 21.3 en los niveles descriptivo y explicativo, y en el global, respectivamente.

La estudiante Flor, cuya respuesta fue la mejor en este grupo de la Especialidad, presenta una estructura lógico-conceptual de la siguiente manera, planteada en sus propios términos o en los que se expresan en el propio ESEME: afirma que en este enfoque se abordan procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática (referencia alusiva a las subproposiciones 1.1 y 1.2 del criterio en el nivel descriptivo; anexo 3), así como los aspectos de aprendizaje, entendido

éste como proceso, elementos epistemológicos, obstáculos en el aprendizaje, discurso y práctica (1.5-1.10), todos ellos de manera clara y completa; no mencionó la construcción de significados compartidos (1.3-1.4) ni su ubicación en comunidad y contexto (1.11 y 1.12).

En el nivel explicativo hace referencia clara a la subproposición enunciativa del tema (subproposición 1.1), a la dimensión epistemológica (2.1) y a las normas institucionales (2.8); también hace referencia, aunque de manera alusiva, a principios epistemológicos (1.3), práctica social (1.5 y 4.1), aspectos socioculturales (2.2 y 2.7), el sentido en la construcción del estudiante (2.9) y situación normada (3.4).

Con ello, obtiene 15 puntos en el nivel descriptivo, 13 en el explicativo y por tanto 28 en el global; es decir, su respuesta equivale a 62.5, 20.3 y 31.8 por ciento, respectivamente, del conocimiento requerido con base en el criterio (representado en los 24, 64 y 88 puntos posibles en cada nivel y en el global).

Tanto sus valores obtenidos como los del grupo pueden considerarse bajos si se toman como parte de la escala escolar de evaluación y aún más sabiendo que son estudiantes del cuarto semestre, es decir, han cursado tres módulos con diversos contenidos, algunos de ellos directamente relacionados con la temática bajo estudio. Sin embargo, cabe acotar que en la prueba del MAP los estudiantes son requeridos a plantear aspectos fundamentales del tema, no triviales o superficiales, de manera que se pueda establecer que los comprenden en ese mismo carácter: fundamental.

Maestría en Matemática Educativa de la Universidad Autónoma de Chiapas

Grupo de primer semestre. Este grupo está formado por diez estudiantes, de los cuales tres no respondieron. De los siete estudiantes restantes, todos ellos se refieren a los dos planteamientos enunciativos del tema en el nivel descriptivo (subproposiciones 1.1 y 1.2), ya sea en forma completa o alusiva, la mayoría menciona una o dos subproposiciones adicionales, y uno de ellos, Gustavo, hace su plan-

teamiento en referencia a otras tres subproposiciones, todas en forma alusiva: aprendizaje (1.5), obstáculos (1.8) y el contexto (1.12). Este estudiante es de hecho quien obtiene mayor puntaje: 5 puntos, de 24 posibles en este nivel. En el explicativo, además de referirse al saber matemático (1.2) lo hace a la dimensión sociocultural en el ESEME (2.2), ambas en forma alusiva; es decir, obtiene 2 puntos, de 64 posibles. En el global, se trata de 7 puntos, de 88 posibles. Estos valores equivalen a 20.8, 3.1 y 8.0 por ciento, respectivamente.

Otro estudiante, Genaro, también obtiene siete puntos en el global (8.0 por ciento de los puntos posibles), a partir de seis en el nivel descriptivo (25.0 por ciento), en referencia a las subproposiciones enunciativas (1.1-1.2), los obstáculos para el aprendizaje (1.8) y el contexto (1.12), y uno en el explicativo (1.6). Los demás estudiantes tuvieron puntajes más bajos en todos esos aspectos.

Grupo de tercer semestre. En este grupo de 10 estudiantes uno de ellos, Hugo, se refiere con claridad a las subproposiciones enunciativas del tema (1.1-1.2) y al proceso de construcción (1.3) en el nivel descriptivo; también se refiere a dichos significados (1.4) y el aprendizaje (1.5), aunque en forma solamente alusiva en estos dos casos. En el nivel explicativo se refiere de manera alusiva a la subproposición enunciativa (1.1), práctica social (1.5 y 4.1), aspecto institucional del conocimiento (2.4), su construcción (4.6) y su uso (4.8). Con ello obtiene ocho puntos de los 24 posibles en el nivel descriptivo, seis de 64 en el explicativo y por tanto 14 de 88 en el global. Estos valores equivalen a 33.3, 9.4 y 15.9 por ciento de esos puntos posibles, respectivamente.

Maestría en Matemática Educativa de la Universidad Autónoma de Zacatecas

Grupo de segundo semestre. El grupo está conformado por 12 estudiantes, de los cuales uno no respondió y otro eligió el Enfoque Ontosemiótico de Didáctica de las Matemáticas. De los diez restantes, en el nivel descriptivo uno de ellos, Ignacio, hizo referencia a

la subproposición enunciativa del tema en el criterio (1.1, anexo 3), al saber matemático (1.2), a la idea de construcción (1.3) y al contexto (1.12), en todos los casos en forma alusiva, por lo que obtiene 4 puntos. En el nivel explicativo se refiere al enfoque socioepistemológico (1.1), saber matemático (1.2), práctica social (1.5), al aspecto sociocultural (2.2), a la presencia de conceptos (2.5), la idea de significados (2.9), principios epistemológicos (3.4), acción normada (4.2), construcción de conocimiento (4.6) y uso de conocimiento (4.8), todas ellas alusivas excepto dos; con ello obtiene 12 puntos y, por lo tanto, 16 en el global. Estos valores equivalen a 16.7 por ciento del conocimiento requerido en el nivel descriptivo, 18.8 por ciento en el nivel explicativo y 18.2 por ciento en el global, de acuerdo con dicho criterio. Éste es el estudiante que obtuvo los mejores resultados en este grupo. Dos de sus compañeros obtuvieron el mismo puntaje que él en el nivel descriptivo, otros dos aún mayor (6), pero el bajo puntaje en el nivel explicativo por parte de todos ellos les llevó a obtener solamente 11 puntos o menos en el global.

Grupo de cuarto semestre. En este grupo de diez estudiantes uno de ellos no respondió a la prueba. El mejor estudiante al respecto en este grupo, Javier, hizo referencia a nueve de los doce aspectos del criterio en el nivel descriptivo (anexo 3); además de las subproposiciones enunciativas del tema, otras cuatro de esas referencias están planteadas con claridad, por lo que obtiene 15 puntos en este nivel; no mencionó nada referente a tres de los aspectos que definen el aprendizaje en el ESEME: obstáculos (subproposición 1.8), discurso (1.9) y comunidad (1.11). En el nivel explicativo mencionó seis de sus 32 aspectos con claridad y otros diez en forma alusiva; con ello, obtiene 22 puntos. Por lo tanto, obtiene 37 puntos en el global. Estos valores equivalen a 62.5, 34.4 y 42.1 por ciento. Éstos son los valores más altos en todos los programas de posgrado y de hecho de toda la población bajo estudio, seguido del estudiante mencionado al inicio de esta sección de resultados, del cuarto semestre de licenciatura. Los cuadros siguientes concentran el total de puntos obtenidos en conjunto como grupo, por semestre, y en seguida los valores correspondientes al estudiante que obtuvo los mejores resultados en cada uno de éstos:

CUADRO 5

Referencia lógico-conceptual agregada a los aspectos del criterio por parte de estudiantes de posgrado, por semestre (señalado en numeral: 1 al 4 según el caso), expresada en términos de puntajes, promedio (Prom) y porcentaje respecto de los puntos posibles por nivel epistemológico (D: nivel descriptivo; Ex: nivel explicativo) y global (GI)

Nivel epistemológico/ Grupo	D	Ex	GI	Prom D	Prom Ex	Prom GI	%D	%Ex	%GI
Especialidad UNACH, 4	64	67	131	9.1	9.6	18.7	38.1	15.0	21.3
Maestría UNACH, 1	28	4	32	2.8	0.4	3.2	16.7	0.1	5.2
Maestría UNACH, 3	46	46	92	5.1	5.1	10.2	21.3	8.0	11.6
Maestría UAZ, 2	38	46	84	3.8	4.6	8.4	15.8	7.2	9.6
Maestría UAZ, 4	57	100	157	6.3	11.1	17.4	26.3	17.4	19.8

Fuente: Elaboración propia.

Se observa un importante incremento del primer semestre al segundo en cada uno de los grupos de maestría, especialmente en el caso de la Universidad Autónoma de Chiapas. El grupo de especialidad de esta universidad obtuvo el valor más alto en el porcentaje de los puntos posibles en el global, si bien se debe considerar que solamente fueron dos los estudiantes que participaron en la prueba por lo que, sin restarles mérito, el resultado es un tanto sesgado. El grupo de cuarto semestre de la maestría de la Universidad Autónoma de Zacatecas obtuvo un valor muy similar, cuyos diez estudiantes participantes, de doce en el grupo como se mencionó en el apartado correspondiente, estabilizan mejor dicho valor porcentual.

Por otra parte, se esperaría que los estudiantes de posgrado tuvieran una comprensión más amplia y mejor que aquella que muestran los de licenciatura, dado su paso por ese nivel, no necesariamente en el campo de la matemática educativa, y haber tratado temas pertinentes a los aspectos bajo estudio en este trabajo en algunas de las asignaturas que han cursado en su programa. Si nos atenemos a los porcentajes de los puntos posibles, que están ajustados por número de miembros del grupo y por lo tanto representan mejor la situación o logro que los puntajes y aún los promedios, se observará que, de acuerdo con la información presentada en el cuadro 4, el

grupo de especialidad (UNACH) está en mejor nivel que los grupos de octavo y décimo de licenciatura, que son los mejores en ese nivel educativo (cuadro 2); el grupo de segundo semestre de la maestría de la UNACH tiene valores similares al segundo semestre de la licenciatura; el de tercero (UNACH) casi a nivel de octavo semestre de ese programa; por su parte, el nivel del segundo semestre de la maestría de la UAZ es mejor que el décimo de licenciatura y el de cuarto aún mejor que éste. Se aprecia, por tanto, el avance en la formación profesional y de posgrado en sus respectivos programas. Los valores porcentuales en el global, sin embargo, se mantienen bajos, de 6.8 a 11.0 por ciento de los puntos posibles en el global en la licenciatura, y de 5.2 a 21.3 por ciento en el posgrado. La dificultad de la prueba es evidente, ocasionada por la complejidad del enfoque socio-epistemológico (ESEME) que se analizó y utilizó en este trabajo y por los niveles de acercamiento que se pudieran realizar dentro de cada programa y semestre escolar a dicho conocimiento.

Dentro de este logro agregado se nota el aporte de aquel o aquella estudiante que obtuvo el valor individual más alto, lo cual se muestra en el siguiente cuadro:

CUADRO 6

Valor máximo de puntos obtenido por un estudiante de posgrado, por nivel epistemológico (descriptivo y explicativo), en el global, y semestre

Total posible de puntos por nivel	24	64	88			
Nivel epistemológico/Grupo	D	Ex	Tot	%D	%Ex	%Gl
Especialidad UNACH, 1	15	13	28	62.5	20.3	31.8
Maestría UNACH, 1*	5	2	7	20.8	3.1	8.0
Maestría UNACH, 3	8	5	13	33.3	7.8	14.7
Maestría UAZ, 2	4	12	16	16.7	18.8	18.2
Maestría UAZ, 4	15	22	37	62.5	34.4	42.1

Fuente: Elaboración propia.

* Dos estudiantes obtuvieron el mismo valor máximo en el global; véase la descripción correspondiente en el texto.

Nuevamente se presenta una diferencia notable entre el valor máximo obtenido por un estudiante y los puntajes y promedios respectivos de su grupo, en algunos casos muy grande; esta situación

muestra que la mayoría obtuvo valores mucho más bajos que estos estudiantes. Por otra parte, estos valores individuales en el porcentaje global son en general más altos que los obtenidos en la licenciatura (cuadro 3). Al parecer, la experiencia, el conocimiento previo y la concepción construida durante su tránsito por los programas de posgrado los hace mostrar mejores resultados que en el nivel de licenciatura.

DISCUSIÓN

Los valores porcentuales obtenidos por los estudiantes de la población bajo estudio, de licenciatura y posgrado, acerca del enfoque socio-epistemológico de didáctica de las matemáticas (ESEME) son bajos en términos de calificaciones escolares, si bien en el posgrado dichos valores son mejores. En el nivel de licenciatura los estudiantes concentran su atención en conceptos como aprendizaje y contexto para describir qué es el ESEME. Por su parte, en el posgrado además de referirse a esos conceptos, también lo hacen a aspectos que definen dicho proceso de aprendizaje en este enfoque teórico, como son los componentes epistemológicos, obstáculos, práctica, discurso y comunidad; todos ellos son necesarios para abordar las concepciones que se plantean en el nivel explicativo como son la práctica social, la práctica normada o la dimensión sociocultural; a todas éstas se refieren, si bien en forma alusiva, no claramente conceptualizada.

Las precisiones conceptuales del nivel explicativo incluyen nociones como la normatividad institucional, la cual es necesaria para entender que la práctica en general no solamente es de carácter social, sino que es normada. En este caso, si no se entiende esta relación explicativa del proceso de aprendizaje, será difícil contar con suficiente riqueza lexical de manera que ciertos términos tengan sentido (Langacker, 1990); por ello, con nociones como práctica en su relación con contexto, términos a los que se refieren para definir el aprendizaje de forma correcta pero incompleta en el nivel descriptivo, se logran apenas alusiones en el explicativo respecto de dicha

práctica normada. Se trata de una construcción textual que cuenta con estructuras predicativas limitadas a ciertos significados (van Dijk y Kintsch, 1983) ya que con ellas se logra entender qué es el aprendizaje en el nivel descriptivo, pero no su relación con otras nociones explicativas.

La mejoría que se muestra conforme se avanza en la formación tanto en la licenciatura como el posgrado es promisoria, y es evidente que se requiere hacer más conexiones entre trabajo en clase, tareas, prácticas y proyectos, incluido el contacto directo de los estudiantes de programas de matemática educativa con alumnos de los niveles escolares a los que quieren dedicarse, de manera que se logre una mejor comprensión de la perspectiva teórica del ESEME para aplicarla en la práctica, sabiendo qué, cómo, por qué y para qué se hacen, se llevan a cabo, las actividades señaladas; y por supuesto también para profundizar aún más en los conocimientos mediante la investigación en el propio campo de la matemática educativa.

Los estudiantes han mostrado su esfuerzo y buena voluntad respondiendo a la prueba que se utilizó en este trabajo. Han mostrado su conocimiento en ese momento. La dificultad que les ha representado dicha prueba se debe a la complejidad del conocimiento al que en ella se hace referencia: por una parte, la amplitud y estructuración de procesos sociales y educativos que se encuentran muy estructurados en el ESEME, y por la otra, operar cognoscitivamente tanto en el plano de la descripción mediante clasificaciones y analogías como en uno más complejo: el de la explicación, que requiere procesos argumentativos e inferenciales que permitan relacionar tales descripciones. Ante esta situación es necesario considerar los requisitos mínimos del conocimiento que se esperan hayan adquirido, construido, los estudiantes durante su formación profesional y de posgrado en su caso.⁴

4 Siempre existe la posibilidad de reducir la extensión del criterio acerca de un conocimiento dado, de manera que no se genere mayor dificultad a los estudiantes; esa posibilidad deberá equilibrarse con la necesidad de incluir los elementos fundamentales de dicho conocimiento.

CONCLUSIONES

Se estudió la construcción de conocimiento de estudiantes de matemática educativa tanto de licenciatura como de posgrado acerca del enfoque socio-epistemológico en ese campo (ESEME), con una aproximación discursiva que permite analizar las características de dicho conocimiento en términos de su estructura lógico-conceptual y su perspectiva epistemológica.

Se observó que los estudiantes muestran una organización lógico-conceptual débil acerca de dicho enfoque, refiriéndose a él de manera parcial y difusa. Presentan mejores resultados en el entendimiento de su nivel descriptivo, enfocándose en conceptos tradicionalmente necesarios como el aprendizaje; si bien señalan su carácter constructivo, la mayoría no plantea otras de sus características fundamentales en ese enfoque, como son el discurso o el aprendizaje como un proceso que se logra en comunidad, implícita o explícitamente. Obtienen resultados más débiles en el nivel explicativo, en el cual se requiere extender, precisar y profundizar esos elementos descriptivos y cómo se relacionan, indicando su carácter procesual. Este tránsito del acto de describir al de explicar, esto es, de decir cómo *son* las cosas, qué características tienen, a plantear *cómo suceden* esas cosas, cómo unas llevan a otras, qué efecto tienen en otras, no es nada sencillo.

Se observa, sin embargo, que los estudiantes de semestres subsiguientes presentan una mejor estructura lógico-conceptual y muestran una mejor comprensión del tema en cuestión. Esta situación se observa tanto en el programa de licenciatura como en las maestrías bajo estudio: se sabe más conforme avanzan; en el caso de la especialidad esta situación también se observa si se considera a la licenciatura como su precedente inmediato.

El conocimiento que se les ha requerido abordar es complejo, por lo que cualquier evaluación al respecto mostrará las dificultades de comprensión que se tengan de sus elementos y significados. En caso de que se desee alcanzar un nivel de comprensión suficiente de este enfoque (ESEME) para aplicarla en la práctica docente, será necesario estudiarla no como tema solamente, sino como contenido y sustento de una práctica con sentido durante el proceso formativo.

Finalmente, cabe acotar que la aproximación teórico-metodológica de análisis de discurso y conocimientos utilizada en este trabajo (MAP) es susceptible de aplicarse en asignaturas específicas y planes de estudio en otros contextos de formación en educación matemática y aún en campos de conocimiento diferentes, tanto para organizar y mejorar la práctica docente y obtener datos a lo largo de diversos periodos escolares con propósitos evaluativos, como realizar investigación respecto del aprendizaje o construcción conceptual con mayor profundidad. Estas aplicaciones pedagógicas permiten atender la organización lógico-conceptual y carácter epistemológico del conocimiento, matemático en este caso; este carácter es precisamente uno de los elementos fundamentales del ESEME, por lo que la articulación didáctica entre MAP y ESEME puede concentrarse en estos elementos, y desde ellos fortalecer las referencias históricas y a situaciones socio-culturales locales de entendimiento matemático, pasando de la sola referencia al ejercicio concreto, práctico y aplicable.

Agradecimiento. A la Dra. Rita Angulo Villanueva por el apoyo otorgado para la aplicación del instrumento utilizado en este estudio.

REFERENCIAS

- Ávila, A. (2015), “La investigación en educación matemática en México: una mirada a 40 años de trabajo en el campo”, *Memorias de la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, Tuxtla Gutiérrez, mayo 3-7, 16 pp., <http://xiv.ciaemredumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/1515/7>, consultado en enero de 2016.
- Campos, M. A. y S. Gaspar (2009), “Discurso y construcción de conocimiento”, en M. Á. Campos (coord.), *Discurso, construcción de conocimiento y enseñanza*, México, UNAM, pp. 23-58.
- Campos, M. A. y S. Gaspar (2005), “El Modelo de Análisis Proposicional: estado actual y perspectivas”, en M. Á. Campos (coord.), *Construcción de conocimiento en el proceso educativo*, México, UNAM, pp. 19-66.
- Cantoral, R. (2013), *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa*, México, Gedisa/DME-Cinvestav.

- Carel, M. (2000), "Para un tratamiento argumentativo de la predicación", *Revista Iberoamericana de Discurso y Sociedad*, vol. 2, núm. 4, pp. 45-72.
- Cordero, F. y M. Solís (1997), "Las gráficas de las funciones como una argumentación del cálculo", *Cuadernos Didácticos, Volumen 2*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Evans, V., B. Bergen y J. Zinken (2007), "The cognitive linguistic enterprise", en V. Evans, B. Bergen y J. Zinken, *The cognitive linguistic reader*, Londres, Equinox Publishing, pp. 2-36.
- Godino, J. D. (2010), *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*, Universidad de Granada, 57 pp., <http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf>, consultado en marzo de 2016.
- Langacker, R. (1990), *Concept, image and symbol*, Nueva York, Mouton de Gruyter.
- Levelt, W. (1992), "Accessing words in speech production: stages, processes and representation", *Cognition*, núm. 42, pp. 25-62.
- Levelt, W., A. Roelofs y A. Meyer (1999), "A theory of lexical access in speech production", *Behavioural and brain sciences*, núm. 22, pp. 1-75, <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.104.7511&rep=rep1&type=pdf>>, consultado en enero de 2016.
- Ouvrier-Bufferet, C. (2004), "Constructions of mathematical definitions: an epistemological and didactical study", *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 3, pp. 473-480, <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/EMIS/proceedings/PME28/RR/RR203_Ouvrier-Bufferet.pdf>, consultado en junio de 2016.
- Universidad Autónoma de Chiapas (Unach) (2000), Maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa, Tuxtla Gutiérrez.
- Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP) (2016), Carrera de Licenciatura en Matemática Educativa, San Luis Potosí.
- Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ) (2014), Maestría en Matemática Educativa, Zacatecas.
- Van Dijk, T. y T. Kintsch (1983), *Strategies of discourse comprehension*, Nueva York, Academic Press.
- Vinner, S. (1998), "The role of definitions in the learning and teaching of mathematics", en D. Tall (ed.), *Advanced mathematical thinking*, Dordrecht, Kluwer, pp. 65-81.

ANEXOS

Anexo 1. Prueba de conocimientos teóricos en matemática educativa

Nombre_____.
Licenciatura____; Semestre____. Maestría____; Semestre____.
Fecha_____.

Responde por favor a las siguientes preguntas/instrucciones:

Selecciona (marca con una X) el enfoque de Matemática Educativa que mejor conoces:

Enfoque ontosemiótico ____;
Enfoque socioepistemológico ____;

Con base en tu selección anterior:

Define el enfoque que seleccionaste.

Explica cómo inciden sus elementos principales, que definiste, en el proceso de aprendizaje.

Da un ejemplo detallado de la definición y explicación que diste.

Anexo 2. Criterio acerca del Enfoque Socioepistemológico de Matemática Educativa (ESEME; D: nivel descriptivo; Ex: explicativo)

D: El Enfoque socio-epistemológico de Didáctica/Educación Matemática estudia fenómenos didácticos del saber matemático como una construcción de significados compartidos, y en la que el aprendizaje se entiende como un proceso con componentes epistemológicos, obstáculos, discurso, práctica, comunidad y contexto.

Ex: Este enfoque está constituido por dimensiones del saber, principios epistemológicos y funciones de práctica social. Las primeras son la epistemológica, sociocultural, cognitiva e institucional; con ellas, un concepto adquiere sentido para el estudiante en situación sociocultural y normada, significados, representación y relaciones entre conceptos. Los principios epistemológicos son la racionalidad contextual, relativismo epistemológico, resignificación progresiva y práctica social normada; con ello, de la imagen al concepto, se logra validez de la propia construcción. Las funciones de la práctica social son la normativa, identitaria, pragmática y discursiva; con ellas, en tanto se signifique y use, el estudiante construye conocimiento.

Anexo 3. Análisis de componentes del criterio acerca del Enfoque Socio-epistemológico de Matemática Educativa (ESEME; C: en negritas; R: en itálicas) y subproposicional (CRC) de acuerdo con sus niveles descriptivo (D) y explicativo (Ex)

D:

- I.1 <El Enfoque Socio-epistemológico de Didáctica/Educación Matemática *estudia* fenómenos didácticos>;
- I.2 <[fenómenos didácticos] *del* saber matemático>;
- I.3. <[fenómenos didácticos...] *como* una construcción>;
- I.4. <[construcción] *de* significados compartidos>;
- I.5. <*y en* la que [=construcción] el aprendizaje *se entiende*>;
- I.6. <[aprendizaje] *como* un proceso>;
- I.7. <[proceso] *con* componentes epistemológicos>;
- I.8. <[proceso *con*] obstáculos>;
- I.9. <[proceso *con*] discurso>;
- I.10. <[proceso *con*] práctica>;
- I.11. <[proceso *con*] comunidad>;
- I.12. <*y* <[proceso *con*] contexto>.

Ex:

- 1.1. <Este enfoque [=SoEP] *está constituido por* dimensiones>;
- 1.2. <[dimensiones] *del saber*>;
- 1.3. <[Este enfoque =SoEP *está constituido por*] principios epistemológicos>;
- 1.4. <y [Este enfoque =SoEP *está constituido por*] funciones>;
- 1.5. <[funciones] *de práctica social*>.
- 2.1. <Las primeras [=dimensiones del saber] *son* la epistemológica>;
- 2.2. <[Las primeras =dimensiones del saber *son* la] sociocultural>;
- 2.3. <[Las primeras =dimensiones del saber *son* la] cognitiva>;
- 2.4. <e[Las primeras =dimensiones del saber *son* la] institucional]>;
- 2.5. <con ellas [=dimensiones del saber] un concepto *adquiere sentido*>;
- 2.6. <[sentido] *para* el estudiante>;
- 2.7. <[estudiante] *en* situación sociocultural>;
- 2.8. <y [estudiante *en* situación] normada>;
- 2.9. <[sentido *para* el estudiante] con nuevos significados>;
- 2.10. <[sentido *para* el estudiante con nuev/a] representación>;
- 2.11. <y [sentido *para* el estudiante con nuev/as] relaciones>;
- 2.12. <[relaciones] *entre* conceptos>.
- 3.1. <[Los principios epistemológicos] *son* la racionalidad contextual>;
- 3.2. <[Los principios epistemológicos *son*] el relativismo epistemológico>;
- 3.3. <[Los principios epistemológicos *son* la] resignificación progresiva>;
- 3.4. <y [Los principios epistemológicos *son* la] práctica social normada>;
- 3.5. <Con ello [=Los principios epistemológicos] *de* la imagen al concepto>;
- 3.6. <[Con ello =principios epistemológicos] *se logra* validez>;
- 3.7. <[validez] *de* la propia construcción>.
- 4.1. <Las funciones *de* la práctica social>;
- 4.2. <[Las funciones...] *son* la normativa>;
- 4.3. <[Las funciones... *son* la] identitaria>;
- 4.4. <[Las funciones... *son* la] pragmática>;

- 4.5. <y [Las funciones... *son* la] **discursiva**>;
- 4.6. <*con* ellas [=funciones...] el estudiante *construye* **conocimiento**>;
- 4.7. <*en tanto* [=si, el estudiante] lo *signifique* [el conocimiento]>;
- 4.8. <y [el estudiante] lo *use* [el conocimiento]>.